Sparke and Gallagher, section 7.2 – 7.4 (digest)

2003.05.08 iwata

7.2 Expansion of a Homogeneous Universe

Friedmann 方程式

$$\dot{\mathcal{R}}^2(t) = \frac{8\pi G}{3}\rho(t)\mathcal{R}^2(t) - kc^2 \tag{7.15}$$

$\mathcal{R}(t)$: scale length. $H(t) \equiv \dot{\mathcal{R}}(t)/\mathcal{R}$. dimensionless scale factor $a \equiv \mathcal{R}(t)/\mathcal{R}(t_0)$ を用いると

$$a^2(t)H^2(t) = \dot{a}^2(t) = \frac{8\pi G}{3}\rho(t)a^2(t) + H_0^2(1-\Omega_0) \tag{7.20}$$

輻射に対し物質が優勢な宇宙では、$\rho \propto a^{-3}$ であり、(1.28) 式から $1+z = 1/a(t)$ なので、

$$H^2(t) = H_0^2[\Omega_0(1+z)^3 + (1-\Omega_0)(1+z)^2] \tag{7.21}$$

z の値で $a(t)$ の時間変化が変わる:

$$\begin{aligned} a(t) &\propto t^{2/3} \quad \text{for} \mathcal{R}(t_0)/\mathcal{R}(t) = 1+z \gg |\Omega_0^{-1} - 1|, \\ a(t) &\propto t \quad \text{for} \mathcal{R}(t_0)/\mathcal{R}(t) = 1+z \ll \Omega_0^{-1} - 1 \end{aligned} \tag{7.22}$$

7.3 Growth of Structure: Peculiar Motions

宇宙には sec. 7.1 でみたような疎密構造があり、宇宙初期の密度揺らぎが成長してできたと考えられている。密度の高い領域へは、重力でさらに物質が引き寄せられる。こうして宇宙の膨張に加えて銀河の特異速度が成長する。この章では宇宙の物質分布の疎密がどのように成長したか、銀河が現在観測されるような特異速度をいかにして得たかを見ていく。

宇宙の中の高密度の領域では、重力による宇宙膨張へのブレーキが強くかかる。宇宙の平均密度を $\bar{\rho}(t)$ とする。$\Omega(t) = \bar{\rho}(t)/\rho_{\mathrm{crit}}$, 平均の膨張は scale factor$\bar{a}(t)$ で記述される。考えている領域内について、

$$\rho(t) = \bar{\rho}(t)[1+\delta(t)], \qquad \text{and} \qquad a(t) = \bar{a}(t)[1-\epsilon(t)] \tag{7.25}$$

ここでは線形近似 (δ, ϵ が 1 より十分小さい) が成り立つ場合を考える。現在の宇宙は $8h^{-1}$ Mpc より大きいスケールでは線形で近似できると考えられている。(7.25) 式の $\rho(t)$, $a(t)$ を (7.20) 式に代入し、二次以上の項、平均の値のみの項を消去すると

$$-2\frac{\mathrm{d}\bar{a}}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\bar{a}\epsilon(t)] = \frac{8\pi G}{3}\bar{\rho}(t)\bar{a}^2[\delta(t) - 2\epsilon(t)] + \Delta[H_0^2(1-\Omega_0)] \tag{7.27}$$

$\delta = 3\epsilon$ (matter-dominated Universe では ρa^3 が一定)、および (7.22) 式を用いて、

$$\begin{aligned} \delta &\propto t^{2/3} \propto \bar{a}(t) \quad \text{for} \mathcal{R}(t_0)/\mathcal{R}(t) = 1+z \gg |\Omega_0^{-1} - 1|, \\ \delta &= \text{constant} \quad \text{for} \mathcal{R}(t_0)/\mathcal{R}(t) = 1+z \ll \Omega_0^{-1} - 1 \end{aligned} \tag{7.28}$$

宇宙初期には密度は $\mathcal{R}(t)$ に比例して増加する。その後 $a(t) \propto t$ になると δ は一定になる。$\Omega_0 \sim 0.1$ であるならば大規模構造がより高密度へと変化していくのは $z \sim 8$ で止まることになる。$\Omega \approx 1$ ならば、現在に至るまで銀河団は高密度になり続け、 void はひろがり続ける。

特異速度の測定によって重力のベクトル、ひいては物質分布が再構成可能である。これは、特異速度が局所的な物質の疎密の結果得られる重力の方向と同じ方向になるためである。

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \frac{\bar{H}(t)f(\Omega)}{4\pi}\int \frac{\delta(\mathbf{x}')(\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3}\mathrm{d}^3\mathbf{x}' \tag{7.37}$$

$f \equiv \frac{\bar{a}(t)}{\delta}(\frac{\partial\delta}{\partial t})_{\mathbf{r}}/\frac{\mathrm{d}\bar{a}}{\mathrm{d}t}$ で、近似として $f(\Omega) \approx \Omega^{0.6}$。

figure 7.8: 銀河群の距離 (early type galaxies の surface brightness fluctuation による) と局所銀河群に対する後退速度を平均したもののプロット。左は補正なし。Virgo cluster (14–16 Mpc 付近の大きい菱形) 付近の銀河群は直線からずれている。→ 特異速度。これをそのまま用いてハッブル定数を求めると大きくなってしまう。右は Virgo cluster への infall model を考慮して補正したもの。

近傍の rich cluster について overdensity $\delta(\mathbf{x})$ と特異速度が分かれば (7.37) 式を用いて Ω_0 を求めることができるはずである。実際の観測では、特異速度の観測から得られる物質分布と、銀河団の銀河の分布はあまり一致しない。別の言い方をすれば、銀河分布から導かれる重力で特異速度が説明できない。現在のサーベイ領域の外からの重力作用が効いている。例えば、局所銀河群の特異速度の原因となるような物質の集中領域はまだ見つかっていない [Great Attractor は銀河の集中領域として観測的に確かめられていない]。

density parameter を求めるのに、figure 7.8 に示されるような大雑把な Virgocentric infall model を用いてみる。Local group の Virgo center からの距離を $d_V \approx 16$ Mpc とする。Virgo center から d_V の範囲の luminous galaxies の数密度は平均の約 2.4 倍である。質量密度も同じ割合で増加していると仮定すると、$\delta \approx 1.4$。(7.36) 式は $\delta \ll 1$ という仮定で導かれたが、$f(\Omega)$ の大雑把な推定のために用いてみる。

Virgo cluster が球形と仮定すると Local group への重力は $\mathbf{F}_g \approx 4\pi G d_V \bar{\rho}\delta/3$。よって Local group の Virgo への特異運動は

$$|\mathbf{V}_{\mathrm{LG}}| \approx \frac{(H_0 d_V)\Omega^{0.6}\delta}{3} \approx 270\mathrm{kms}^{-1} \tag{7.39}$$

$H_0 d_V \approx 1400$ km/s なので、$\Omega_0 \approx 0.2$ となる。この結果が意味するのは、宇宙の平均密度が 1 よりもかなり小さいか、Virgo cluster が luminous galaxies の密度から予想されるより低密度で $\delta < 1.4$ であるか、ということである。天文学者の中には、銀河の分布は物質分布よりかたまりになっていると考えている者もいる。例えば、宇宙の最も高密度な部分でのみ銀河とその中の星の形成が起こらない、という考えである。銀河の overdensity が物質のそれの b 倍であるとすると、$\delta = 1.4/b$ となる。$\Omega_0 \approx 1$ ならば Virgocentric inflow を説明するのに $b \sim 4$ が必要になる。このような考え方は biased galaxy formation と呼ばれる (次節で改めて述べる)。

7.4: Growth of Structure: Clusters, Walls and Voids

重力不安定

ガス雲はその重力ポテンシャルが内部の乱雑運動および原子の熱運動よりも大きくなると collapse する。(3.31) 式, problem 3.9 を用いると、

$$\mathcal{PE} \equiv -\frac{1}{2}\int \rho(\mathbf{x})\phi(\mathbf{x})\mathrm{d}^3\mathbf{x} \approx -\frac{16\pi^2}{15}G\rho^2 r^5$$
$$\mathcal{KE} \approx \frac{c_s^2}{2}\frac{4\pi r^3\rho}{3} \tag{7.41}$$

collapse する条件として $|\mathcal{P}E| > \mathcal{K}E$ ならば、ガス雲の直径 $2r$ について

$$2r \gtrsim \sqrt{\frac{5}{2\pi}}\sqrt{\frac{c_s^2}{G\rho}} \approx \lambda_J \equiv c_s\sqrt{\frac{\pi}{G\rho}} \tag{7.42}$$

λ_J は Jeans length と呼ばれる。λ_J よりも直径が小さい場合、内部の圧力が重力よりも勝り、ガス雲は膨張する。

輻射優勢の宇宙での Jeans mass

宇宙初期、輻射優勢の時代には (7.42) 式の密度と音速 c_s は photon のガスのもので、$\rho_r = a_B T^4/c^2$ (a_B: 黒体輻射定数, p47)、$c_s = c/\sqrt{3}$。このときの Jeans length は

$$\lambda_J = c^2\sqrt{\frac{\pi}{3Ga_BT^4}} \tag{7.43}$$

となり、宇宙膨張にしたがって T^{-2}, $\mathcal{R}^2(t)$ [$\rho \propto \mathcal{R}^{-4}$] で大きくなる。Jeans mass $\mathcal{M}_J$ は直径 λ_J の球に含まれる物質の質量で、

$$\mathcal{M}_J \equiv \frac{\pi}{6}\lambda_J^3 \rho_m \tag{7.44}$$

ρ_m は物質のみの密度。ρ_m は $\mathcal{R}^{-3}$ で減少するので、Jeans mass は $\mathcal{M}^3(t)$ で増加していく。すなわち、 Jeans length の中に入っている質量は宇宙が希薄になるにつれ増加していく。物質の密度と輻射の密度が等しくなる時 $t_{\rm eq}$ の温度を $T_{\rm eq}$ とすると

$$\mathcal{M}_J(t_{\rm eq}) = \frac{\pi}{6}\rho_m(t_{\rm eq})\left(\frac{\pi c^4/3}{G a_B T_{\rm eq}^4}\right)^{3/2} = \frac{\pi^{5/2}}{18\sqrt{3}}\frac{c^4}{G^{3/2}a_B^{1/2}}\frac{1}{T_{\rm eq}^2} \tag{7.45}$$

問題 7.9 で見たように輻射と物質の equality が $1 + z_{\rm eq} = 24000\Omega_0 h^2$ で起こったとすると、それ以前の Jeans mass は

$$\mathcal{M}_J(T) = \frac{3.6\times 10^{16}(\Omega_0 h^2)^{-2}}{[T/T_{\rm eq}]^3}\mathcal{M}_\odot \tag{7.46}$$

equality の時点では Jeans mass は銀河団 1 個の質量よりもはるかに大きくなっており、およそ現在の一辺 $(50/\Omega_0 h^2)$ の立方体に含まれる質量 ((1.24) 式) と同程度である。これはほぼ銀河団の集合体や最大規模の void のスケールに等しい。$\mathcal{M}_J$ よりも小さい質量の overdense region は recombination の時代まで collapse することはできない。

一方で非常に大きい規模の構造も成長が阻まれる。ある時刻 t 以前には (7.23) 式で与えられる地平線 $\sigma_H(t)$ を超えて光や重力の影響は広がることができない。よって地平線がその大きさを超えるまでは大きいスケールの構造は collapse することができない。[$t_{\rm eq}$ の時点での地平線は約 3° で、現在の宇宙の $\sim 13(\Omega_0 h^2)^{-1}$ Mpc に相当する。]

水素再結合後の宇宙での Jeans mass

$z_{\rm rec} \sim 1100$ の時点では温度は $T_{\rm rec} \approx 3000$K で、水素原子は再結合し輻射圧は消え去っている。音速は物質のものになって小さくなる:

$$c_s(t_{\rm rec}) \approx \sqrt{\frac{k_B T}{m_p}} \approx 5\text{kms}^{-1} \tag{7.47}$$

再結合の間に Jeans mass は factor 10^{14} で急激に減少する。再結合直後には

$$\mathcal{M}_J = \frac{\pi}{6}\rho_m\left(\frac{\pi k_B T_{\rm rec}}{G\rho_m m_p}\right) \approx 5\times 10^4(\Omega_0 h^2)^{-1/2}\mathcal{M}_\odot \tag{7.48}$$

輻射は物質に熱を供給し続け、$z \sim 100$ までその温度をほぼ一定に保つ。輻射の温度 $T_{\rm rec} \propto \mathcal{R}^{-1}(t)$ であるため、ρ_m の減少を相殺して Jeans mass をほぼ一定 (球状星団の質量程度) に保つ。最初の天体がこれくらいの質量で形成されたとすると、より大きい天体を形成するため合体を起こしたであろう。熱の流入を受けなくなると、物質は $T_{\rm m} \propto \mathcal{R}^{-2}$ にしたがって冷えていく ((7.24) 式)。このため Jeans mass はさらに減少する。

もし宇宙の物質がバリオン (中性子と陽子からなる「普通の」物質) のみからなるとすると、(7.45) 式は初期には非常に大きいものしか成長できないことを意味する。このような巨大な構造は一般に球形ではなく、collapse するにしたがって最も短い方向に収縮して、「パンケーキ」型の形状を形成する (図 7.9)。ガス圧はほとんど効かないので、collapse の時間スケールはほぼ (3.23) 式の $t_{\rm ff}$ で起こる。(6.36) 式に示されるように、ガスが収縮すると cooling time は短くなる。もしガス密度が free-fall time 以内で冷えることができるくらい高い場合、ガス雲は収縮するにつれ急速にエネルギーを失い、Jeans mass は小さくなる。このためパンケーキの小さい破片が次々と collapse していき、銀河団や個々の銀河を形成する。このような描像はトップダウンモデルと呼ばれる。

Cold Dark Matter Model

宇宙の物質の大半が [neutrino のような]WIMPs (Weakly Interacting Massive Particles) である場合、より小さい天体が collapse して高密度になることが可能である。(7.44) 式と同じようにして自己重力で collapse できる最小の質量を再計算してみる。WIMPs は輻射圧の影響を受けない。WIMPs の密度、乱雑運動の速度を ρ_w, c_w とする。収縮するのに要する質量は

$$\mathcal{M}_{J,\rm wimp} = \frac{\pi}{6}\rho_w\left(\frac{\pi c_w^2}{G\rho_w}\right)^{3/2} \tag{7.49}$$

WIMPs が相対論的である間は Jeans mass は大きいが、c_w が $c/\sqrt{3}$ をかなり下回ると Jeans mass は減少する。銀河や銀河団くらいの質量の WIMPs の固まりは同程度の質量のバリオンよりはるかに早く collapse し始めることができる。輻射は WIMPs の収縮する雲から逃げ出す時バリオンを道連れにする。よって再結合の時には輻射とバリオンは同様のひろがりを持っており、宇宙背景輻射の温度揺らぎは非常に小さいと予想される。物質が中性になり輻射圧から解放されると WIMPs の高密度クランプに向かって落下する。このため (7.27) 式で与えられるよりもずっと速くゆらぎが成長することができる。

WIMPs のうち $t_{\rm eq}$ 以前に音速 c_w が光速よりも小さくなる比較的質量の大きいものは cold dark matter と呼ばれる。このような物質が宇宙の質量の大半を占めるとすれば、最初に collapse する構造は銀河かそれ以下の質量のものであったと考えられる。銀河自体はそれらの小さな破片から形成されたのであろう。現在の銀河はほとんど WIMPs でできた dark halo を持っている。このような描像はボトムアップと呼ばれる。

図 7.10 に示したのは計算機シミュレーションの結果で、cold dark matter からなる膨張宇宙の中での、初期の小さなさざ波が重力によって増幅される様子を再現したものである。図には現在の宇宙の状態に相当する段階を示してある。小さな構造が豊富にある。横に拡大した高密度領域は膨張をやめて自身に落下している。水素ガスがそこには集積し、冷えて銀河群を形成するようになっているであろう。

トップダウンシナリオの問題点

観測的に $z > 5$ に銀河やクエーサーが見つかっている。より大規模な構造がこれらの天体より先にできる必要があり、$z > 5$ で collapse しはじめた構造は現在の宇宙で平均よりも非常に大きい (~ 1000 倍) 密度をもっているはずだが、実際の近傍の wall, filament は平均の数倍程度の密度しかない。→ それらの構造はもっと最近、$z \lesssim 2$ になってから collapse をはじめたと考えられる。

ボトムアップシナリオの問題点

ボトムアップシナリオでは物質の集中は数 Mpc のスケールで起こる。図 7.10 に示されたような数値シミュレーションをパワースペクトル $P(k)$((7.3) 式) を予想するのに用いて、それを観測結果と比べることができる。図 7.11 の左のパネルは $\Omega = 1$(最もシンプルなインフレーション理論で要請される) の場合の、$k^{-1} \sim 8h^{-1}$ Mpc でのクラスタリングの観測を再現するようパラメータを選んだ場合のパワースペクトルである。カーブを COBE のマイクロ波の観測に合わせると、数 Mpc でのクラスタリングが観測ではずっと小さくなってしまう。

提案されている解決法

- biased galaxy formation 仮説: 銀河が物質分布をそのまま反映していない、というものがある。銀河が特に高密度の場所でしか形成されず、void に dark matter (およびおそらく diffuse gas) が満ちているならば、真の密度揺らぎ $\delta(\mathbf{x}, t)$ は銀河から推定されるよりずっと小さくなる。

- 宇宙密度を小さくし、重力を小さくすることで小さい高密度領域での集積を抑制する: 図 7.11 の右パネルは図 7.10 のシミュレーションの、$\Omega_0 = 0.4$ の場合のパワースペクトルである。この時パワースペクトルのピークはより大きいスケールに移動し、観測値にかなりよく合うようになる。

- “tilted perturbation spectrum”: 小さい質量スケールのゆらぎが弱い状態で始まったとする考え方。いつ、どのようにそれが起こったかを規定することが困難。

- トップダウンとボトムアップを組み合わせ、cold dark matter で小さい構造を、hot dark matter で大きい構造を作るようなモデル